

2. a) Oblik i veličina Zemlje - Zemlja kao kugla, Zemlja kao elipsoid i dimenzije Zemljinog elipsoida.

### Zemlja kao kugla

Kugla nastaje rotacijom kružnice oko svoje osi, a kružnica je geometrijsko mjesto točaka u ravnini jednako udaljenih od zadane čvrste točke koja se zove središte kružnice.

Udaljenost bilo koje površinske točke na Zemlji kao kugli od njenog središta jest polumjer ili radijus Zemlje ( $r$ ) i on ima uvijek istu vrijednost.

$$r^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{2\pi} = \frac{180^{\circ}}{\pi} = 57.29577951^{\circ}$$

$$r' = \frac{360^{\circ} \cdot 60}{2\pi} = \frac{21600}{2\pi} = 3437.746771'$$

Ako 1' odgovara 1,6 milji tada je  $r'$  radijus Zemlje izražen u nautičkim miljama, a u metrima iznosi 6 366 709,02 m.

Prije prvih znanstvenih misli predodžbe čovjeka bile su da je Zemlja ravna ploča koja je okružena morima. Napretkom ljudske misli te su predodžbe odbačene. U 6. stoljeću prije naše ere grčki filozof Pitagora smatrao je Zemlju kuglom, a dva stoljeća kasnije isto je razmišljao i Aristotel, da bi upravnik Aleksandrijske biblioteke Eratosten (276-195 g. prije naše ere) prvi odredio veličinu Zemlje kao kugle, određivši dužinu meridijana mjereći luk od Asuana do Aleksandrije. Eratosten je mjerenjem potvrdio da je Zemlja oblika kugle i dao je dovoljno točno veličinu te kugle, a njegova metoda određivanja dimenzije Zemlje u svojoj osnovi se i danas upotrebljava.

Godine 827. Arapi su pod vodstvom poznatog matematičara i astronoma Muhamed Ibn Muse, Ibn Šakira u dolini Sindžara sjeverozapadno od Bagdada obavili prvo mjerenje za koje se zna da je dužina stvarno mjerena, a ne procjenjivana.

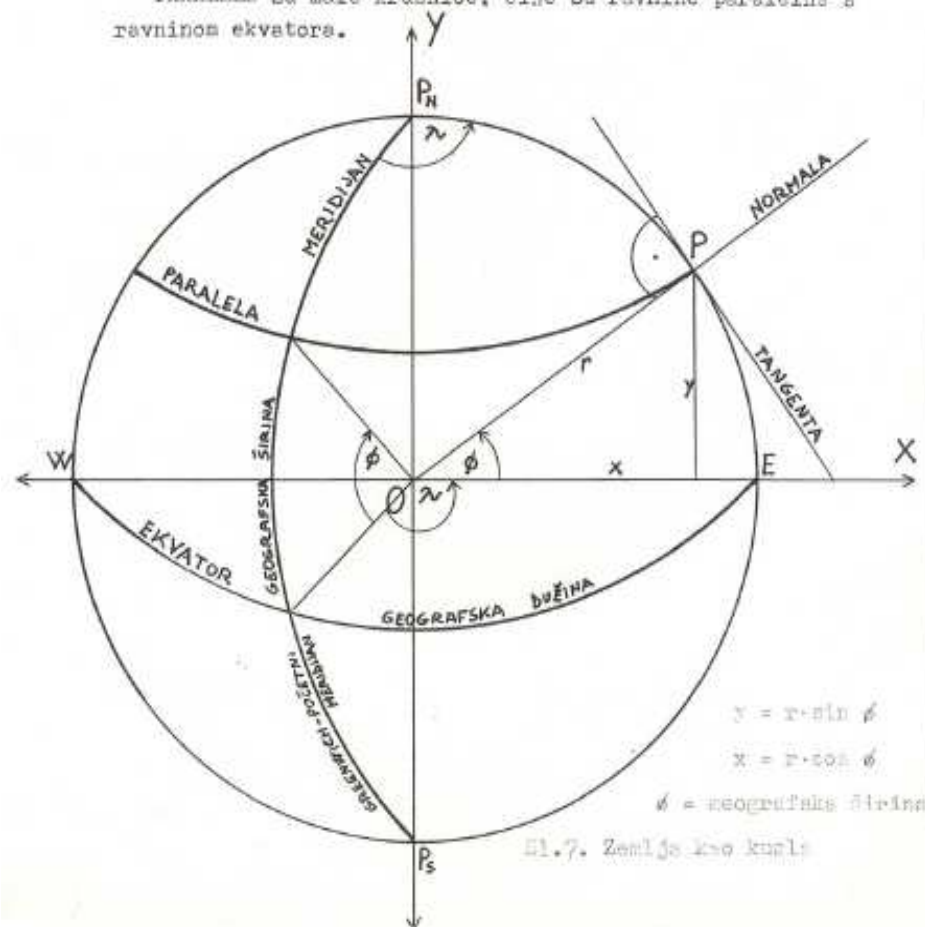
U Evropi su zbog utjecaja kršćanstva tek u 16. stoljeću prvi put mjerili duljinu luka meridijana (Fernel) brojeći broj okreta, je kotača kola.

Na Zemlji kao kugli polovi Zemlje,  $P_N$  - sjeverni i  $P_S$  - južni pol, su krajnje točke Zemljine osi.

MERIDIJANI su velike kružnice koje prolaze kroz Zemljine polove.

EKVATOR je velika kružnica koja prolazi kroz točke W-E, čija je ravnina okomita na Zemljinu os.

PARALELE su male kružnice, čije su ravnine paralelne s ravninom ekvatora.



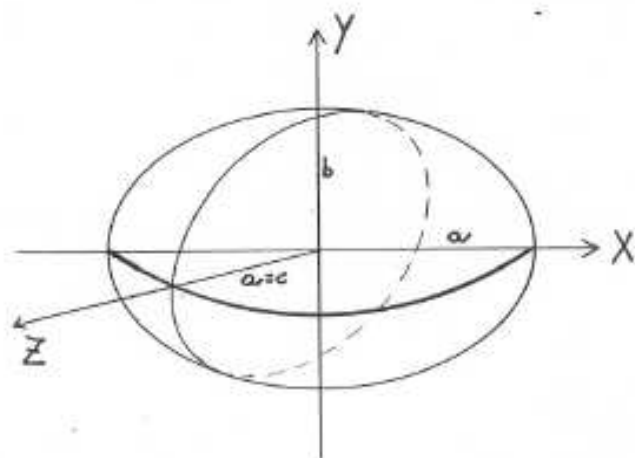
Sl. 7. Zemlja kao kugla

## Zemlja kao elipsoid

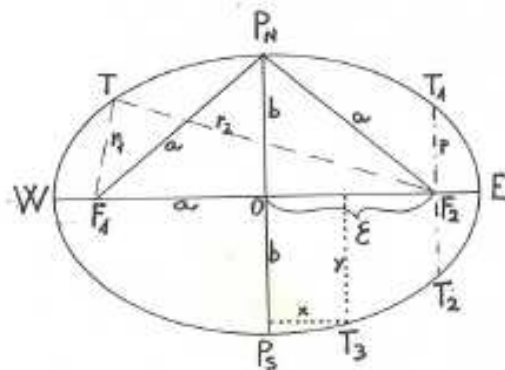
Elipsoid nastaje rotacijom elipse oko male osi, a elipsa je geometrijsko mjesto točaka u ravnini za koje je zbroj udaljenosti ( $r_1$  i  $r_2$ ) od dvije čvrste točke (žarišta - fokuse)  $F_1$  i  $F_2$  stalan i jednak velikoj osi elipse ( $2a$ ).

Elipsoid ima jednadžbu: 
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Ako je  $a > c > b$ , elipsoid je troosni. Ako je  $a = c$ , elipsoid je dvoosni.



Sl.8. Dvoosni elipsoid



Sl.9. Elipsa

Za svaku točku (T) elipse vrijedi jednadžba :

$$r_1 + r_2 = 2a$$

Udaljenost žarišta  $F_1$  ili  $F_2$  od središta elipse (O) zove se linearni ekscentricitet elipse ( $\mathcal{E}$ ) koji se dobija iz pravokutnog trokuta  $P_N O F_2$ , tj.  $P_N O F_1$ :

$$\mathcal{E} = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Kvocijent  $\frac{\mathcal{E}}{a}$  zove se numerički ekscentricitet elipse (e):

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad \text{i za elipsu je } < 1.$$

Ako su obje poluosi elipse jednake, tj.  $a=b$ , elipsa prelazi u kružnicu ( $r=a=b$ ), te je u tom slučaju  $e = 0$ .

Tetiva  $T_1 T_2$  povučena kroz žarište elipse ( $F_2$ ) okomito na veliku os zove se parametar elipse ( $2p$ ), dok poluparametar elipse iz pravokutnog trokuta  $T_1 F_1 F_2$  glasi :

$$p = \frac{b^2}{a}$$

Središnja jednadžba elipse glasi : 
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Veličine  $a$  i  $b$  su osnovni parametri elipse, odnosno elipsoida i one potpuno određuju njegov oblik i dimenzije.

Na nova saznanja o centrifugalnoj sili Newton je prvi dokazao da Zemlja mora imati oblik elipsoida, a u 18. stoljeću je i dokazano da je Zemlja spljoštena na polovima, a Delambre prvi izračunava dimenzije za Zemljin elipsoid.

Nakon Delambrea izvršena su mnoga mjerenja koja su pokazala da je Zemlja nepravilnog oblika (geoid), a da bi se matematički nepravilna ploha Zemlje pravilno prikazala koristi se rotacijski elipsoid. U navigaciji koristi se dvoosni elipsoid a mi smo prihvatili dimenzije Besselovog elipsoida iz 1841.

( $a = 6\,377\,397,155$  m ;  $b = 6\,356\,078,963\,25$  m)

Ekvator i paralele su kružnice, a meridijani su elipse.

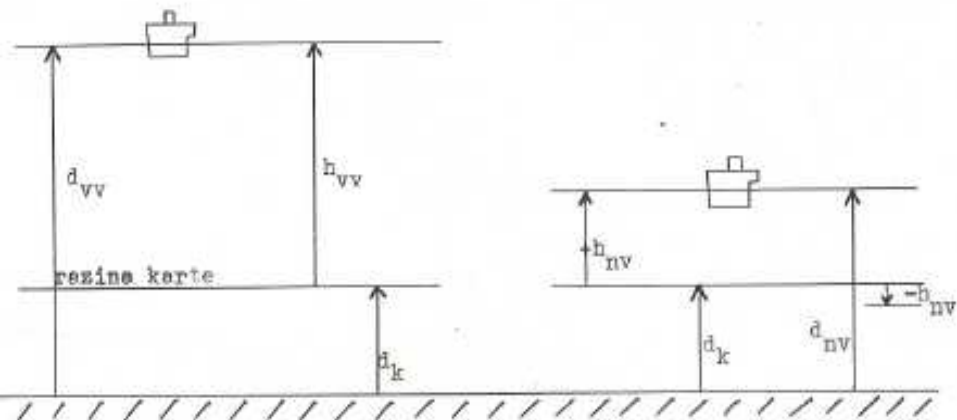
b) Određivanje dubine mora za određenu poziciju na karti (izobati) u trenutku nastupa visoke i niske vode

$$d_{vv} = d_k + h_{vv}$$

$$d_{nv} = d_k + (-h_{nv})$$

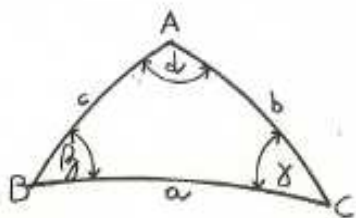
$$d_k = d_{vv} - h_{vv}$$

$$d_k = d_{nv} - (-h_{nv})$$



Sl.10. Prikaz određivanja dubine mora za određenu izobatu u trenutku nastupa visoke i niske vode

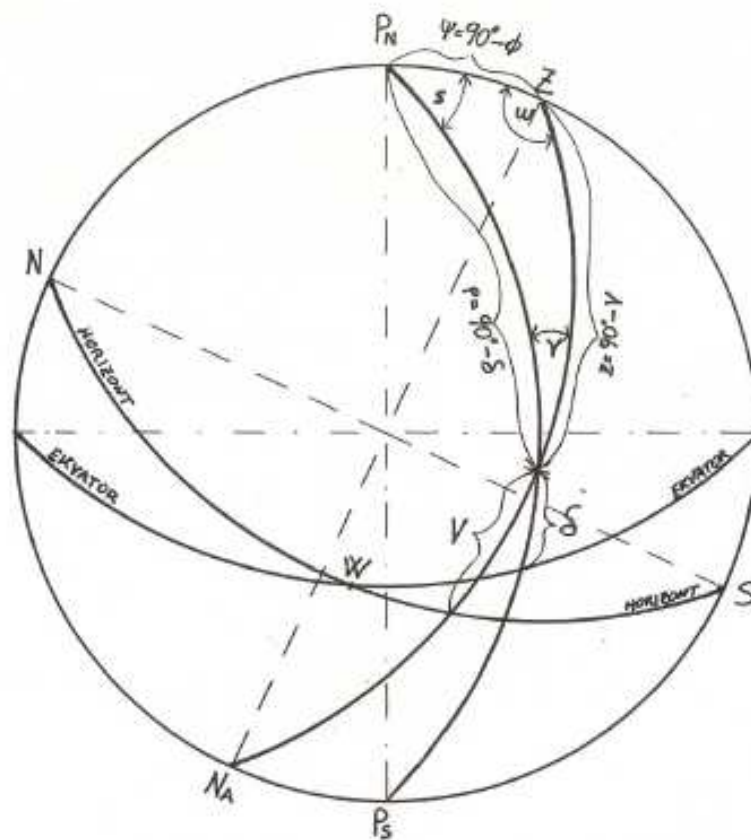
c) Astronomsko-nautički sferni trokut - rješavanje kosokutnog, kvadrantnog i pravokutnog sfernog trokuta



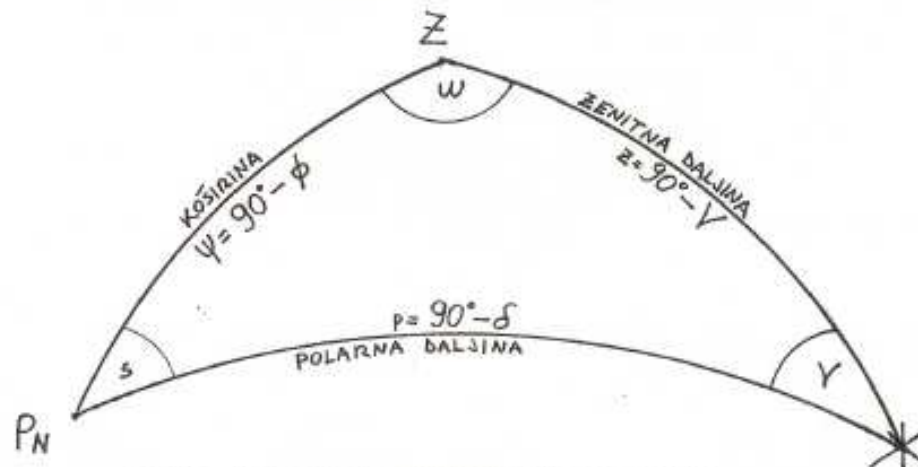
sinusov poučak

$$\frac{\sin \alpha}{\sin a} = \frac{\sin \beta}{\sin b} = \frac{\sin \gamma}{\sin c}$$

Sl.11. Kosokutni sferni trokut



Sl.14. Astronomsko-nautički trokut na sferi



Sl.15. Astronomsko-nautički sferni trokut